

**Задача 7. Отг. 3.** Ако  $n$  е трицифрено число, то  $S(n) \leq 3.9 = 27$ . В същото време числото  $2n$  е най-много с 4 цифри и  $S(2n) \leq 4.9 = 36$ . От друга страна  $425 = 5.5.17$  и тъй като  $S(n)$  е делител на 425, възможните стойности на  $S(n)$  са 1, 5, 17 и 25. Съответните възможни стойности на  $S(2n)$  са 425, 85, 25 и 17. Тъй като  $S(2n) \leq 36$ , следва да се ограничим със случаите  $S(2n) = 25$  и  $S(2n) = 17$ .

Случай 1:  $S(n) = 17$  и  $S(2n) = 25$ .

Случай 1.1: Числото  $2n$  е трицифрено. Само числата 988 и 898 са четни и имат сбор от цифрите, равен на 25. Тогава  $n = 988 : 2 = 494$  или  $n = 898 : 2 = 449$ . Двете числа 494 и 449 са решения на задачата, защото  $S(494) = S(449) = 17$ .

Случай 1.2: Числото  $2n$  е четирицифрено. Първата му цифра е със сигурност 1, за да може при деление с 2 да се получи трицифрено число. Сборът от другите 3 цифри трябва да е 24. Четирицифрените четни числа с това свойство са: 1996, 1978, 1888 и 1798. Съответните стойности на  $n$  са  $1996 : 2 = 998$ ,  $1978 : 2 = 989$ ,  $1888 : 2 = 944$  и  $1798 : 2 = 899$ . Тъй като  $S(998) = 26 \neq 17$ ,  $S(989) = 26 \neq 17$ ,  $S(944) = 17$  и  $S(899) = 26 \neq 17$ , само числото 944 е решение на задачата.

Случай 2:  $S(n) = 25$  и  $S(2n) = 17$ . Трицифрените числа със сбор от цифрите 25 са: 997, 988, 979, 898, 889 и 799. Съответните стойности на  $2n$  са:  $997.2 = 1994$  с  $S(1994) = 23 \neq 17$ ,  $988.2 = 1976$  с  $S(1976) = 23 \neq 17$ ,  $979.2 = 1958$  с  $S(1958) = 23 \neq 17$ ,  $898.2 = 1796$  с  $S(1796) = 23 \neq 17$ ,  $889.2 = 1778$  с  $S(1778) = 23 \neq 17$  и  $799.2 = 1598$  с  $S(1598) = 23 \neq 17$ . Нито едно от получените числа не е решение. Окончателно всички решения са: 494, 449 и 944. Техният брой е 3, което е отговорът на задачата.

**Оценяване:** Установяване на неравенствата  $S(n) \leq 3.9 = 27$  и  $S(2n) \leq 4.9 = 36$  се оценява с **1 точка**. Случаят 1.1. заедно с проверките се оценява с **2 точки**. Случаят 1.2. заедно с проверките с оценява с **3 точки**. Случаят 2. Заедно с проверките с оценява с **3 точки**. Формулировка на верния отговор се оценява с **1 точка**.

задача	1	2	3	4	5	6	7
отговор	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>B</b>	<b>D</b>	<b>E</b>	$\frac{3}{26} \approx 0,12$	<b>3</b>