

Задача 7. Отг. 20. Нека броят на ниските цени в този супермаркет е n . Ще докажем, че $n \leq 50$. Да допуснем противното, т.е. $n > 50$ и да разгледаме цената T измежду ниските, за която броят на стоките с тази цена е най-голям. Ако и за други цени броят на стоките с всяка от тях е същият, разглеждаме коя да е от тях. Тъй като високите цени са $100 - n < 50$, то условието най-малко за 50 цени броят на стоките за всяка от тях да е по-голям от броя на стоките с цена T е нарушено. Следователно наистина $n \leq 50$.

Сега ще покажем, че търсеният процент не надвишава 20%. Да допуснем противното, т.е. нека този процент е по-голям от 20% и нека отново T е цената измежду ниските, за която броят на стоките с тази цена е най-голям. Както и по-горе, ако и за други цени броят на стоките с всяка от тях е същият, разглеждаме коя да е от тях. Стоките с цена T са повече от $\frac{20}{n}$ % от всички стоки. Тъй като $n \leq 50$, то стоките с цена T са повече

от $\frac{20}{50} = \frac{2}{5}$ % от всички стоки. По условие най-малко за 50 цени броят на стоките за всяка

от тях е поне 4 пъти по-голям от броя на стоките с цена T . Нека въпросните 50 цени са тези с най-голяма численост на стоките с всяка от тях. По условие числеността на стоките с всяка от тези цени е поне $4 \cdot \frac{2}{5} = \frac{8}{5}$ % от всички стоки в супермаркета. Тогава броят на

стоките с ниски цени е по-малък от $100 - 50 \cdot \frac{8}{5} = 100 - 80 = 20$ % от всички стоки и това е противоречие с допускането. Остава да се посочи пример, че дадената оценка се достига.

Нека за 50 цени точно $\frac{2}{5}$ % от всички стоки са с всяка от тези цени, а за останалите 50 цени точно $\frac{8}{5}$ % от всички стоки са с всяка от тези цени. Ако x са всички стоки в

супермаркета, то стоките с ниски цени са точно $\frac{\frac{2}{5} \cdot x}{\frac{2}{5} \cdot x + \frac{8}{5} \cdot x} \cdot 100 = \frac{2}{10} \cdot 100 = 20$ %.

Забележка. Задачата може да се осмисли по-добре, ако се въведат означенията: a_1, a_2, \dots, a_{100} за различните цени в супермаркета и b_i ($i = 1, 2, \dots, n$) за броя на стоките с цена a_i . Тогава разсъжденията могат да се проведат с използване на съответствието между a_i и b_i .

Оценяване. За доказателство, че $n \leq 50$, където n е броят на ниските цени, се присъждат **2 точки**. За доказателство, че търсеният процент не надвишава 20% се присъждат **6 точки**. За посочване на пример се присъждат **2 точки**. Познат отговор без разсъждения или с погрешни разсъждения се оценява с **2 точки**.

задача	1	2	3	4	5	6	7
отговор	C	C	B	A	D	247	20