

Задача 7. Отг. 9. Нека N е стойността на всички закупени сувенири, а a , b и c са стойностите на сувенирите, закупени съответно от двамата, тримата и четиримата, за които става дума в условието на задачата. Тогава $N - a = 2a$, $N - b = 3b$ и $N - c = 4c$. Оттук следва, че $N = 3a = 4b = 5c$. Заклучаваме, че N се дели на 3, на 4 и на 5, а следователно и на НОК(3,4,5) = 60. От друга страна $a \leq 20$ и следователно $N = 3a \leq 60$. Така получаваме, че $N = 60$. От $a = N : 3 = 60 : 3 = 20$ следва, че двама от съучениците са закупили от най-скъпите сувенири по 10 лв. Тъй като $c = N : 5 = 60 : 5 = 12$, измежду четиримата с обща стойност 12 лв. на закупените сувенири не може да има съученик със закупен сувенир на цена 10 лв. В противен случай стойността на закупените от четиримата сувенири ще бъде поне $10 + 1 + 1 + 1 = 13 > 12$, което е невъзможно. Получаваме шестима съученици с обща стойност на закупени сувенири $20 + 12 = 32$ лв. Останалите $60 - 32 = 28$ лв. са сбор от цените на закупените от поне трима съученици. Следователно всички съученици са поне $6 + 3 = 9$. Реализация за 9 е, когато тези 9 съученици са закупили сувенири на цени 10 лв., 10 лв., 10 лв., 10 лв., 8 лв., 4 лв., 3 лв., 3 лв. и 2 лв. Сборът на първите две цени е точно 2 пъти по-малък от сбора на останалите седем, сборът на последните четири цени ($4 + 3 + 3 + 2 = 12$) е точно 4 пъти по-малък от сбора на останалите 5 и сборът $8 + 4 + 3 = 15$ е точно 3 пъти по-малък от другите 6 цени. Съществуват и други реализации, например: 10 лв., 10 лв., 10 лв., 9 лв., 9 лв., 4 лв., 3 лв., 3 лв. и 2 лв. Сега $2 \cdot (10 + 10) = 40$; $3 \cdot (9 + 3 + 3) = 45$ или $3 \cdot (10 + 3 + 2) = 45$ и $4 \cdot (4 + 3 + 3 + 2) = 48$.

Оценяване. За доказване, че N се дели на 60 се присъжда **1 точка**. За доказване, че $N = 60$ се присъжда **1 точка**. За доказване, че измежду четиримата с обща стойност на закупените сувенири няма съученик със сувенир на цена 10 лв. се присъжда **1 точка**. За доказване, че съучениците са поне 9 се присъждат **3 точки**. За посочване на пример с 9 съученици и съответните проверки се присъждат **4 точки**.

Задача	1	2	3	4	5	6	7
Отговор	A	D	B	E	D	13,5	9