



ТУРНИР ПО МАТЕМАТИКА „РУМЕН ГРОЗДАНОВ“

17 март 2024 г.

VII КЛАС

О Т Г О В О Р И

на първа част

1. Г	6. В	11. Г	16. Г
2. Б	7. Г	12. Б	17. Б
3. Б	8. Г	13. Г	18. А
4. А	9. А	14. В	19. А
5. А	10. Б	15. А	20. Г

Максималният брой точки от Първа част е 65.

При верен отговор задачите се оценяват:

- Задачи от 1. до 15. с 3 точки;
- Задачи от 16. до 20. с 4 точки;
- За неверен или непосочен отговор не се присъждат или отнемат точки.

Максималният брой точки от Втора част е 35, които са разпределени, както следва:

- Задача 21. – 10 точки;
- Задача 22. – 10 точки;
- Задача 23. – 15 точки.

Решения на задачите:

21 задача

а)

$$A = \left(\frac{2x-1}{2}\right)^2 - \left(3x - 1\frac{1}{2}\right) \cdot \frac{1}{3} - \left(x - \frac{1}{2}\right) \left(\frac{1}{2} + x\right)$$

$$A = \frac{4x^2 - 4x + 1}{4} - x + \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{3} - \left(x^2 - \frac{1}{4}\right)$$

$$A = \underbrace{\frac{4x^2 - 4x + 1}{4} - x + \frac{1}{2} - x^2 + \frac{1}{4}}_4$$

$$A = \frac{4x^2 - 4x + 1 - 4x + 2 - 4x^2 + 1}{4}$$

$$A = \frac{-8x + 4}{4}$$

$$A = \frac{4(1 - 2x)}{4}$$

$$A = 1 - 2x$$

$$1 - 2x = -2x + 1$$

Всяко x е решение

б)

$$x^3(x^2 - 7)^2 - 36x = 0$$

$$x(x^2(x^2 - 7)^2 - 6^2) = 0$$

$$x(x(x^2 - 7) - 6)(x(x^2 - 7) + 6) = 0$$

$$x(x^3 - 7x - 6)(x^3 - 7x + 6) = 0$$

$$x(x^3 - 6x - x - 6)(x^3 - 6x - x + 6) = 0$$

$$x(x(x - 1)(x + 1) - 6(x + 1))(x(x - 1)(x + 1) - 6(x - 1)) = 0$$

$$x(x - 1)(x + 1)(x^2 - x - 6)(x^2 + x - 6) = 0$$

$$x(x - 1)(x + 1)(x^2 - 4 - x - 2)(x^2 - 4 + x - 2) = 0$$

$$x(x - 1)(x + 1)((x - 2)(x + 2) - (x + 2))((x - 2)(x + 2) + (x - 2)) = 0$$

$$x(x-1)(x+1)(x+2)(x-3)(x-2)(x+3) = 0$$

$$x = 0; x = \pm 1; x = \pm 2; x = \pm 3$$

22 задача

а)



	V(km/h)	t(h)	S(km)
автобус	40	x 1т.	40x
лека кола	50	x-15/60 1т.	50(x-1/4)

$$S_{AC} = 40 \cdot \frac{18}{60} = 12 \text{ km}$$

x – времето, за което автобуса изминава пътя CD ($x > 0$)

За това време леката кола изминава $CA + AC + CD = 12 + 12 + CD$

$$50 \left(x - \frac{1}{4} \right) - 40x = 24$$

$$50x - \frac{25}{4} - 40x = 24$$

$$10x = 24 + \frac{25}{4} \quad / \cdot 2$$

$$20x = 48 + 25$$

$$x = \frac{73}{20}h = 3\frac{13}{20}h = 3h \text{ и } 39 \text{ min}$$

б)

$$S_{CD} = 40 \cdot \frac{73}{20} = 146 \text{ km}$$

$$S_{AB} = 146 + 12 + 30 = 188 \text{ km}$$

23 задача

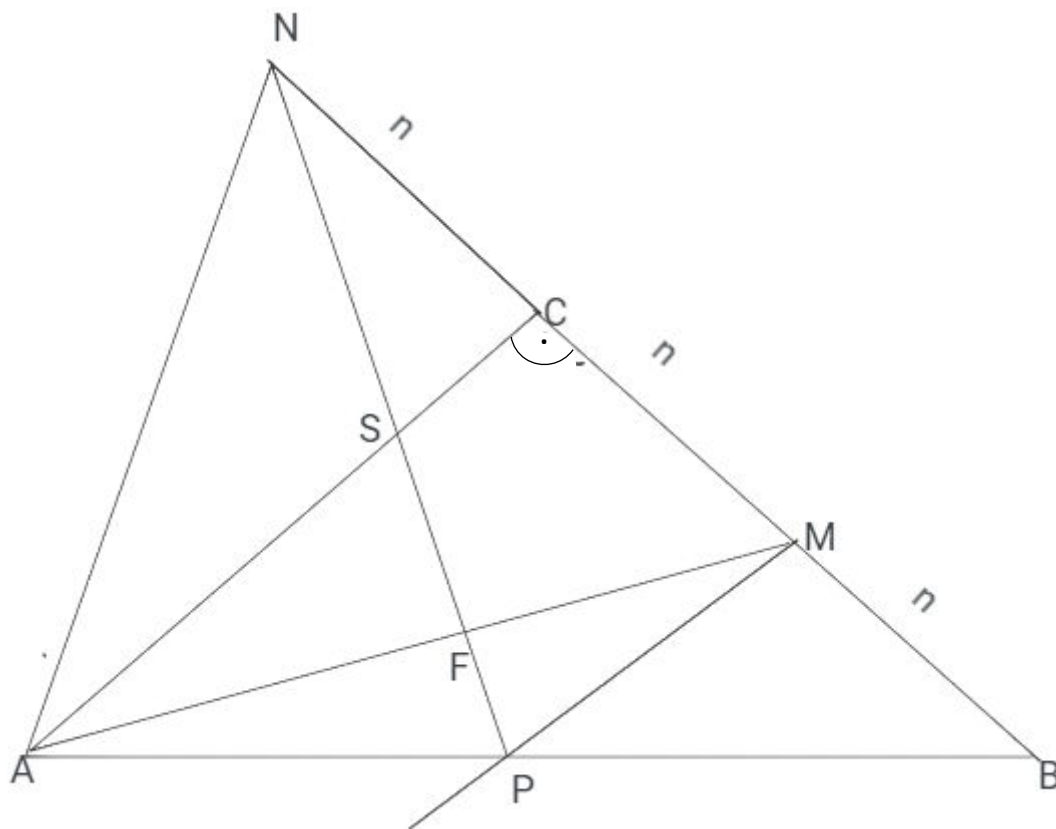
а)

1) $AN = AM$

2) $\sphericalangle ANC = \sphericalangle AMC$

3) $\sphericalangle ACN = \sphericalangle ACM = 90^\circ \Rightarrow \triangle ACM$ и $\triangle ACN$ са еднакви по 2 признака $\Rightarrow CM = CN$

Означаваме $CM = CN = n$; AM – медиана $\Rightarrow BM = CM, \Rightarrow BM = n$



$CB = NM = 2n$, но $CB = CA \Rightarrow CA = 2n$ Получихме: **1)** $MN = CA$

$MP \parallel AC \Rightarrow \sphericalangle MPB = \sphericalangle CAB = 45^\circ$ като съответни ъгли $\Rightarrow \triangle PBM$ е
равнобедрен $\Rightarrow MB = MP = n$ 2) $PM = MC = n$ и 3) $\sphericalangle PMN = \sphericalangle MCA = 90^\circ$

От 1), 2) и 3) $\Rightarrow \triangle PMN \cong \triangle MCA$

б)

От $\triangle PMN \cong \triangle MCA \Rightarrow \sphericalangle MAC = \sphericalangle MNP = x$

Нека $AC \cap NP = S$ и $AM \cap NP = F$

$\sphericalangle NSC = 90^\circ - x \Rightarrow \sphericalangle ASF = \sphericalangle NSC = 90^\circ - x$ (връхни)

В $\triangle AFS$ $\sphericalangle AFS = 180^\circ - (x + 90^\circ - x) = 90^\circ \Rightarrow PN \perp AM$

в)

$\triangle BMP \cong \triangle CMP \Rightarrow \sphericalangle PCM = \sphericalangle PBM = 45^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow \sphericalangle CPB = 180^\circ - (45^\circ + 45^\circ) = 90^\circ$